

Piano lezione

“Dimensione 0”	“Dimensione 1”	“Dimensione 2”	“Dimensione 3”
<p><i>Cos'è:</i> “posizione” (Perché? Unica “distinzione” possibile.)</p> <p><i>Come è definita:</i> “coordinate (GPS)”</p> <p>Problema: “fisicamente” insensato Soluzione: ignorare il problema, idealizzare “<i>il punto</i>”</p> <p><i>Cosa si misura:</i> insiemi di punti.</p> <p><i>Come si misura:</i> - Contando - “Ricoprendo”</p> <p><i>Proprietà:</i> - Additività, monotonia. (se A contiene B, allora A ha misura <i>non minore</i> di B)</p> <p>- Invarianza per isometria.</p>	<p><i>Cos'è:</i> “distanza”</p> <p><i>Come è definita:</i> “percorso minimo”... (Perché? Convenzione) ...ovvero “linea retta” (Perché? Postulato)</p> <p>Problema: “fisicamente” insensato Soluzione: ignorare il problema, idealizzare “<i>la retta reale</i>”</p> <p><i>Cosa si misura:</i> porzione di retta reale racchiusa da due punti, (Perché funziona? Teorema!)</p> <p><i>Come si misura:</i> - “Sottrazione” - “Ricoprimento-confronto”</p> <p><i>Proprietà:</i> - Additività, monotonia (se A contiene B, allora A ha misura <i>non minore</i> di B)</p> <p>- Invarianza per isometria.</p> <p>Osservazione: il “bordo” è oggetto di dimensione 0. Il “peri-metro” è in base alla 0-misura - ecco perché inganna.</p> <p><i>Esempio:</i> Un segmento e la sua metà, un segmento aperto, [ev. l'insieme di Vitali-Cantor]</p>	<p><i>Cos'è:</i> “estensione” (?)</p> <p><i>Come è definita:</i> “superficie minima”... (Perché? Convenzione) ... ovvero “superficie piana”. (Perché? Postulato)</p> <p>Problema: “fisicamente” insensato Soluzione: ignorare il problema, idealizzare “<i>il piano euclideo</i>”</p> <p><i>Cosa si misura:</i> Porzione di piano Euclideo racchiusa da una “curva semplice chiusa”. (Perché funziona? Teorema!)</p> <p><i>Come si misura:</i> - “Sottrazione”...? - “Ricoprimento-confronto”, dissezione. (Perché funziona? Teorema!) (Osservazione: solo con unità “ad hoc”) <i>Esempio:</i> Tassellazioni</p> <p><i>Proprietà:</i> - Additività, monotonia (se A contiene B, allora A ha misura <i>non minore</i> di B)</p> <p>- Invarianza per isometria.</p> <p>Osservazione: il “bordo” è oggetto di dimensione 1. Il “perimetro” è in base alla 1-misura - ecco perché inganna.</p> <p><i>Esempio:</i> curva di Koch</p>	
			<p><i>Cos'è:</i> “estensione spaziale” (?)</p> <p><i>Come è definita:</i> “contenuto” (Perché? È l'unico “naturale” [...])</p> <p>(Ci sarebbe un Problema, ma lo ignoreremo, idealizzando “<i>lo spazio euclideo</i>”)</p> <p><i>Cosa si misura:</i> “Il contenuto” [Ovvero: Porzione di spazio racchiusa da una “superficie compatta orientata senza bordo”. (Perché? Teoremissimo!)]</p> <p><i>Come si misura:</i> - “Ricoprimento-confronto”, dissezione. <i>Esempio:</i> tassellazioni (Problema: paradosso di Banach-Tarski)</p> <p>- “riempimento con acqua”</p> <p><i>Proprietà:</i> Additività, monotonia, invariante.</p> <p>Osservazione: il “bordo” è oggetto di dimensione 2 - altra misura!</p>
			Necessità: esprimere quantitativamente il volume “in numeri”. Unica cosa “ben misurabile” è la lunghezza. Nascono le “dimensioni delle unità”!
		Area come volume: “piscina alta un'unità”.	
	Lunghezza come volume: “forma per cakes”.		
Quantità come volume(!): “cubi in bilico”			
Dalla misura alla dimensione			
Raddoppiando “la misura del vertice”, il numero... non cambia: $2^0 = 1$	Raddoppiando la lunghezza del lato, la lunghezza... raddoppia: $2^1 = 2$	Raddoppiando la lunghezza del lato l'area... quadruplica: $2^2 = 4$	Raddoppiando la lunghezza del lato il volume... ottuplica: $2^3 = 8$
<p>Curva di Koch: triplicando le lunghezze, la lunghezza... quadruplica! $3^0 = 4$ $D = \log(4) / \log(3) \sim 1.26$</p>			